



Software Solutions and Methods for Rating Curve Construction: Comparative Overview

Katya Paralska*

*National Institute of Meteorology and Hydrology,
Tsarigradsko shose 66, 1784 Sofia, Bulgaria*

Abstract: Rating curves are of fundamental importance in the transformation of stage measurements into continuous discharge estimates in hydrometry. The development and refinement of these curves necessitates the utilisation of robust computational methodologies and instrumentation that are capable of accommodating measurement uncertainty, non-linearity, and time-dependent changes in channel conditions. The present paper provides a comparative overview of contemporary software solutions and methodological frameworks for rating curve estimation. Included in the review are both widely used tools (for example, the USGS Rating Curve Builder) and advanced statistical approaches (for example, Bayesian inference, LOWESS smoothing, changepoint detection, and ensemble methods like the Voting Point Method). Each program or method is analysed in terms of its origin, underlying methodology, required data, technical implementation, outputs, and applicability for research and operational hydrology. The paper's objective is to provide a systematic comparison of these tools, with the aim of guiding hydrologists, engineers and water resource managers in selecting appropriate solutions for reliable discharge estimation under varying data and site conditions.

Keywords: Stage – discharge relationship, software for rating curves, streamflow computation methods

* katya.paralska@gmail.com

Катя Паралска

Софтуерни решения и методи за изграждане на ключови криви: сравнителен преглед

Катя Паралска

Национален институт по метеорология и хидрология

Цариградско шосе 66, 1784 София, България

Резюме: Зависимостта водно количество – воден стоеж /ключова крива/ е основополагаща за преобразуване на измерванията на воден стоеж в непрекъснати оценки на оттока в хидрометрията. Разработването и усъвършенстването на тези криви изискват надеждни изчислителни методи и инструменти, които да отчитат измервателната несигурност, нелинейността и периодичните промени на речното корито. Настоящата статия предоставя сравнителен преглед на съвременни софтуерни решения и методологични рамки за изчисляване на ключови криви. Тя разглежда както широко използвани инструменти (например USGS Rating Curve Builder), така и напреднали статистически подходи (като байесова инференция, LOWESS изглаждане, откриване на точки на промяна и ансамблови методи като Voting Point Method). Всеки софтуер или метод е анализиран по отношение на произход, методологична основа, необходими данни, техническа реализация, изходни резултати и приложимост за научни и оперативни хидроложки цели. Чрез систематичното сравнение на тези инструменти статията цели да подпомогне хидролози, инженери и специалисти по управление на водните ресурси при избора на подходящо решение за надеждна оценка на оттока при различни данни и условия на водния обект.

Ключови думи: взаимозависимост воден стоеж – водно количество, софтуер за ключови криви, методи за изчисление на речен отток.

1. УВОД

Ключовите криви, или връзките воден стоеж – водно количество, представляват основен елемент на мониторинга на повърхностни води и оценката на речния отток. Тяхното точно изчисляване оказва пряко влияние върху прогнозирането на наводнения, управлението на водните ресурси и хидроложките изследвания. Традиционно тези криви се изграждат емпирично на база теренни наблюдения, но съвременните компютърни инструменти все повече подпомагат по-усъвършенствани подходи, които отчитат предизвикателства като нестабилност във времето, грешки при измерванията и хидроморфологични промени.

През последните години се разработват разнообразни софтуерни програми и методологични пакети – от веб-базирани инструменти до статистически пакети с отворен код в R. Всеки инструмент предлага специфични функционалности,

Софтуерни решения и методи за изграждане на ключови криви: сравнителен преглед

методологични рамки и практически предимства за различни хидроложки контексти.

Настоящата статия представя структуриран сравнителен преглед на подбрани програми и методи, които понастоящем се използват за изчисляване на ключови криви. Акцентът е върху описание на техните технически характеристики, методологични основи, изисквания за входни данни, изходни формати, както и предимства или ограничения. Целта е да подпомогне практиците и изследователите при избора на най-подходящия инструмент или комбинация от методи според характера на наличните данни, условията на място и желаната надеждност на резултатите.

2. ИНСТРУМЕНТИ И МЕТОДИ ЗА ОЦЕНКА НА КЛЮЧОВИ КРИВИ

2.1. HydRA (Hydrometric Rating Application) HydRA онлайн версия

Софтуерът е разработен от Областна програма за хидрология на Британска Колумбия – Канада, в партньорство с Канадската хидроложка служба, за изчертаване и оптимизация на ключови криви, базирани на връзките воден стоеж – водно количество и е в помощ при преобразуването на воден стоеж във водно количество, като създава модел на зависимостта. Това е самостоятелно приложение в уеб среда (BC Gov., 2024), което използва уеб технологии и сървърни алгоритми за оптимизация и работи с всеки актуален уеб браузър (Chrome, Firefox, Edge). Входните данни са времеви серии в CSV формат (двойки наблюдения воден стоеж – водно количество), а изходните данни са оптимизирана ключова крива, формула, графика и отчет. Компонентите, функциите и функционалностите включват качване на набор от данни, автоматично и ръчно настройване на модела, ръчно настройване на параметрите, сравнение и запазване на сесии, както и визуализация на крива с диаграма на разсейване и линия на модела. Приложението използва алгоритми за моделиране на криви (метод на най-малките квадрати) и ключова крива с напасване на няколко сегмента. HydRA води потребителя през структуриран работен процес, започващ с качване на данни и автоматично извеждане на уравнение и последван от възможност за ръчна корекция на контролните точки и параметрите на сегментите. Визуализацията в реално време на първичните данни (фигура 1), ключовата крива (фигура 2) и отклоненията улеснява прецизната настройка на модела. След финализиране програмата позволява експортиране и използване на модела за превръщане на бъдещи наблюдения на водния стоеж във водно количество.

Резултатите се изразяват в диаграма на разсейване с напасната крива и текстов отчет с формула и качествени показатели на напасването. За използването на приложението не се изисква инсталация, налична е обучителна демонстрация с указания за работа, достъпът е свободен с отворен код.

Катя Паралска

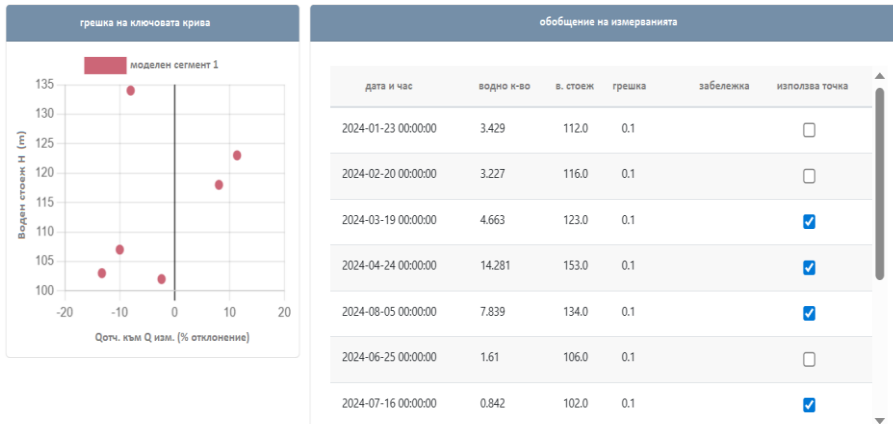


Fig. 1. Visualization of computed uncertainty and field gaugings (active and inactive)

Фиг. 1. Визуализация на изчислената грешка и теренните измервания (активни и неактивни).

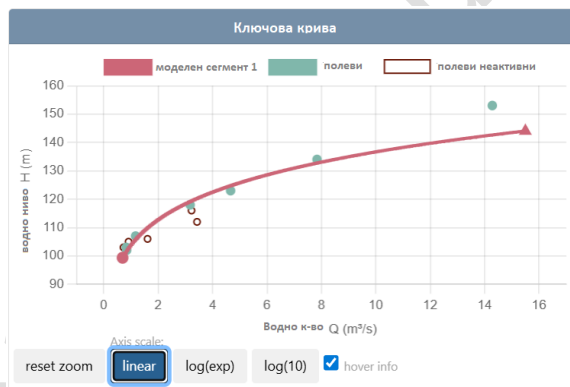


Fig. 2. Rating curve, manually corrected with initial and end point.

Фиг. 2. Ключова крива, коригирана ръчно с начална и крайна точка.

2.2. HydRA – десктоп версия

Софтуерът е аналогичен на описания в 2.1., но е предназначен за ползване в локална среда през приложението Docker. Приложението работи с операционни системи Linux/macOS/Windows, Django Backend, JavaScript/CSS front-end, Python и управление на зависимости с Poetry. Входният файл е във формат CSV данни (воден стоеж – водно количество), а изходните данни и файлове са оптимизирана ключова крива, формула, графика и отчет, възможност за запазване на модела и експорт на данни във формат JSON или CSV. Компонентите, функциите и функционалностите са същите, които предоставя онлайн версията, възможност за

Софтуерни решения и методи за изграждане на ключови криви: сравнителен преглед

разширяване на кода и по-голяма гъвкавост за персонализация. Десктоп версията на HydRA прилага сходен модел на работа като онлайн инструмента, но в локална среда. Потребителят стартира локален сървър, чиито интерфейс и функционалност наподобяват тези на онлайн версията. В рамките на приложението се качват данни за воден стоеж и водно количество, след което се прилага построяване на ключовата крива чрез вградени моделиращи инструменти. Разработчиците могат допълнително да разширят логиката на алгоритмите, да въведат собствени параметри или да прилагат автоматизирани тестове за проверка на точността на модела. Тази версия е особено подходяща за напреднали потребители, които имат нужда от пълен контрол върху работата на софтуера и желаят да го адаптират за специфични изследователски или оперативни цели. Резултатите са същите като при онлайн версията. Програмата е в активна разработка с отворен код (лиценз Apache 2.0), изисква техническа настройка, подходяща е за надграждане/ персонализиране.

2.3. USGS Rating Curve Builder – онлайн версия

Софтуерът е разработен за създаване, актуализиране и визуализиране на ключови криви на база теренни наблюдения от хидрометрични станции на USGS (Геоложка служба към Министерството на вътрешните работи на Съединените щати) като самостоятелен уеб-базиран инструмент, част от WaterWatch Toolkit (USGS, n.d.). Софтуерът работи с всички съвременни уеб браузъри (Chrome, Firefox, Safari, Edge) и използва JavaScript и слоеве за картографска визуализация. Входният файл съдържа интегрирани таблици с данни за връзки воден стоеж – водно количество и данни от полеви посещения. Резултатите са графика на обновена ключова крива (фигура 3) и таблица.

Програмата използва данни за промени в профила на речното корито, измервания на воден стоеж и допълнителни метаданни. Функционалностите на приложението включват избор на хидрометрична станция, наслагване на теренни данни, създаване на графики (линейна и логаритмична скала), инструменти за корекция на криви, както и възможност за изтегляне на визуализации и актуализирани модели. Програмата използва методи на сегментно моделиране на ключови криви, базирани на исторически данни и промени в речното корито, предоставя интерактивен уеб-базиран работен процес за разработване и усъвършенстване на връзки между воден стоеж и отток. Потребителят започва с избор на конкретна хидрометрична станция и интервал от дати, за които има данни от теренни измервания. Инструментът извлича исторически измервания и предварително изготвена таблица с ключова крива от USGS Ratings Depot. След това наслагва тези теренни данни върху съществуващата крива и автоматично прилага корекции при промени в условията на напречния профил. Интерфейсът позволява избор на линейна или логаритмична скала за графиката и персонализиране на етикетите на осите. След необходимите настройки може да

Катя Паралска

се изтегли актуализираната крива и съответните данни. По време на този процес се прилагат корекции, така че да бъдат включени сезонни или епизодични промени (като отлагане или промиване на наноси), като в резултат се получава предварителен, но актуален модел. Резултатите са графика на ключовите криви с насложени теренни данни, интерактивни показатели за мащаб и промяна. Продуктът се използва безплатно, но към момента работи с данни само за САЩ.

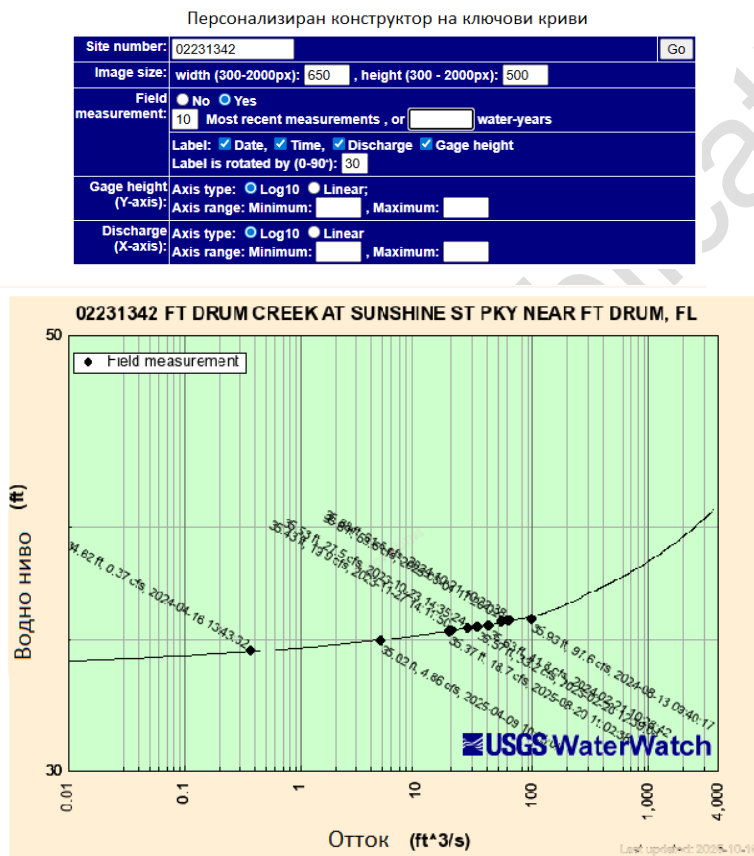


Fig. 3. Control panel and rating curve visualization for station № 02231342 Fort Drum Creek, Florida.

Фиг. 3. Контролен панел и визуализация на ключова крива за станция №02231342 Fort Drum Creek, Florida.

2.4. LOWESS fit – метод на локално претеглена регресия за изглаждане на данни

Софтуерни решения и методи за изграждане на ключови криви: сравнителен преглед

Методът е приложен за предоставяне на устойчив, непараметричен подход за моделиране на връзката воден стоеж – водно количество с едновременно оценяване на свързаната с нея несигурност при хидрометрични станции. (Сохон et al., 2015). LOWESS (локално претеглено изглаждане на разпръсната диаграма) (Cleveland, 1979), е непараметрична регресионна техника, прилагането на която допринася за постигането на загладена ключова крива с граници на несигурността и генерирано приближение през точките от данните, оценка на неопределеността чрез разсейване на остатъците или чрез бутстреп метод (bootstrapping – метод за статистическо повторно извадково напасване) (Westerberg & McMillan, 2015; Kiang et al., 2018). LOWESS започва с разделяне диапазона на наблюдаваното воден стоеж на припокриващи се локални сегменти. За всеки сегмент се използва тегловна функция, която придава по-голяма значимост на близките измервания при прилагане на проста регресия (линейна или квадратична). След това локалните апроксимации се обединяват в гладка непрекъсната ключова крива, която се адаптира към сложността на данните, без предварително приемане на обща функционална форма.

Несигурността се оценява чрез анализ на разсейването на приближените стойности – обикновено чрез анализ на остатъците или многократно напасване на модела (напр. бутстреп) (фигура 4). Това позволява ключовата крива да бъде представена не само като главно приближение, но и с доверени и прогнозни интервали, обхващащи несигурността, особено важни при екстремни стойности на оттока. В резултат получаваме кривата, представена графично с основна линия и граници на несигурността; таблица с водни стоежи, изчислено водно количество и граници на грешката. Моделът е подходящ за работа с минимум 20 измервания. Програмата обработва наблюдения с променлива плътност и не е необходимо предварително да бъде зададено уравнение. Количествената оценка на несигурността подпомага вземането на решения, базирани на риска.



Fig. 4. Schematic representation of the generalized framework for uncertainty estimation. [Coxon et al., 2015]

Фиг. 4. Схематично представяне на обобщена рамка за оценка на несигурността на оттока. [Coxon et al., 2015, оригинал на английски език, преведено на български език]

2.5. Bayesian Discharge Rating Curves – „bdrc“ пакет на езика R

Софтуерът е разработен за изграждане на ключови криви с помощта на байесови статистически методи, особено когато данните са ограничени или с висока степен на статистическа несигурност. Разработен е от изследователи от R общността (Hrafnkelsson, B. et al., 2021). Продуктът не е самостоятелен, а представлява добавка (пакет), изисква R и съответните библиотеки, използва обобщени линейни модели (GLMs) и изглаждащи сплайни, реализирани във вероятностен модел. Входният файл е таблица с двойки воден стоеж – отток. В резултат се получава ключова крива, доверителни интервали и прогнозни образци (графики и таблици) (фигура 5).

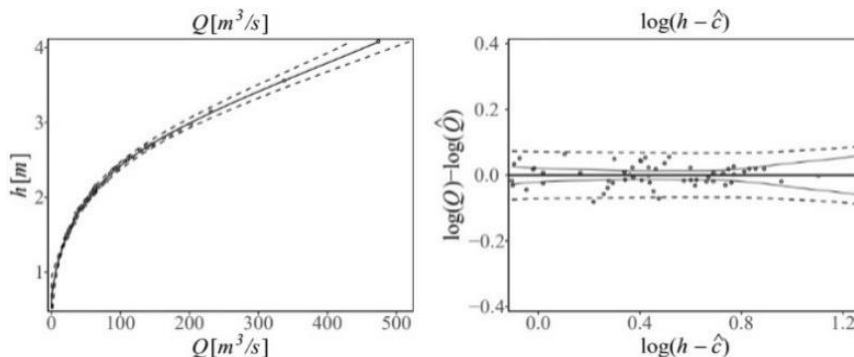


Fig. 5. a) Vertical axis – stage, h (m), horizontal axis – discharge, Q (m^3/s). Estimates of rating curves and 95% predictive intervals are shown. **b)** Vertical axis – log-residuals. Horizontal axis – logarithm of estimated corrected stage.

Фиг. 5. а) Вертикална ос – водно ниво h (m). Горизонтална ос – отток Q (m^3/s). Показани са ключовата крива (—) и 95% доверителни интервали (---).

б) Вертикална ос – логаритъм на остатъците. Горизонтална ос – логаритъм на коригирано водно ниво.

Програмата визуализира несигурността, прилага гъвкавост при изглаждане и автоматична проверка за сходство. Потребителят задава предварителни разпределения за параметрите на кривата, които определят нейната гладкост и поведение при екстремни стойности. Методът използва Марковски вериги Монте Карло (MCMC), за да направи извадка от условното разпределение и да определи вероятностното разпределение на кривата. Така се получава не само най-добро напасване, но и доверителни интервали на несигурността. Методът е особено полезен при нелинейни зависимости или ограничени наблюдения, тъй като избягва преобучаване и включва несигурността в модела. В резултат пакетът „bdrс“ визуализира Байесова ключова крива с достоверни интервали, насложени върху суровите данни. Графиката показва моделирана ключова крива и зони, които показват диапазона на несигурността. Чрез функции на програмата се получават числени обобщения на оцененния отток при избрани водни стоежи, както и техните долни и горни квантили на достоверния интервал (напр. 2.5 % и 97.5 %).

Пакетът „bdrс“ ефективно се справя с оскъдни или нередовни данни, осигурява възпроизводим и прозрачен анализ, подходящ за интеграция в автоматизирани R процеси.

2.6. BaRatinAGE

Пакетът е разработен от френския Национален изследователски институт за земеделие, храни и околна среда (INRAE) в рамките на изследователското звено River Hydraulics за анализ, проверка и обработка на измервания на водни

количества и за изчисляване на надеждни ключови криви за хидрометрични станции (Le Coz, et al., 2014). Приложението може да се използва както самостоятелно, така и като допълнение към други хидроложки моделиращи инструменти или софтуер за управление на речни потоци. Софтуерът използва комбинация от Python скриптове, статистически библиотеки и графичен потребителски интерфейс. Алгоритмите се изпълняват от страна на сървър чрез локална инсталация. Работи с операционна система Windows. Входният файл е във формат CSV (измервания на водни количества, записи за водни стоежи), а изведените резултати са в CSV или JSON формати за последваща обработка. BaRatinAGE използва данни с времеви редове от хидрометрични измервания, включително зависимости между воден стоеж и водно количество, данни за измервателната несигурност и свързани метаданни. Програмата извежда ключова крива, количествено измерване на несигурността и графична визуализация на резултатите. BaRatin (Bayesian Rating Curve) прилага байесова методология за моделиране на връзката между измерените воден стоеж и водно количество.

Подходът отчита грешките при измерването и естествената променливост на хидрологичните данни. Методът съчетава предварителна информация и емпирични наблюдения за изчисляване на ключови криви с доверителни интервали (фигура 6).

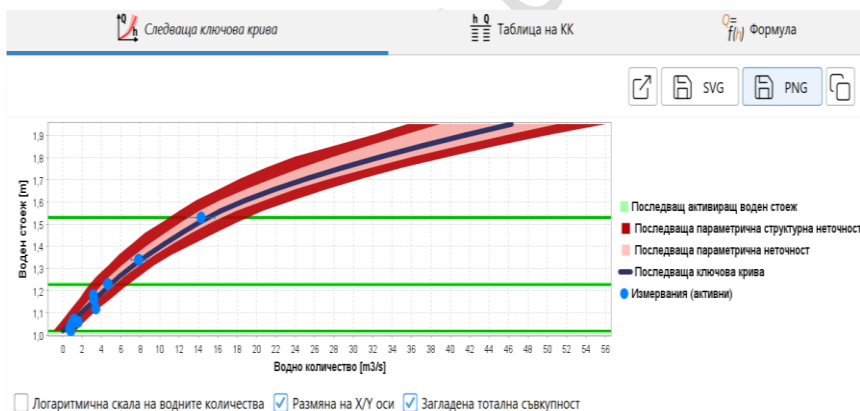


Fig. 6. Rating curve and the deviations reflecting parametric and structural uncertainty

Фиг. 6. Ключова крива и отклоненията, отчитащи параметричната и структурната неточност.

BaRatinAGE предоставя по-надеждни оценки на водното количество в сравнение с традиционните методи чрез интегриране на несигурността както в изходните данни, така и в структурата на модела. Инструментът позволява също сравнение на алтернативни модели и оценка на тяхната прогнозна точност чрез диагностични графики и доверителни интервали. Резултатите са представени в табличен вид (оценки на параметри, показатели за несигурност) и графично (ключови криви, доверителни интервали, диаграми на разсейване).

Софтуерни решения и методи за изграждане на ключови криви: сравнителен преглед

Пакетът се разпространява като софтуер с отворен код под лиценз Apache 2.0, което позволява на потребителите да го адаптират, разширяват или да допринасят за развитието му. Предоставени са пълна документация и ръководства за потребители, които улесняват прилагането му в хидроложки изследвания и практиката. Програмата има превод на български език.

2.6.1. Софтуерен пакет „Changepoint” към BaRatinAGE

„Changepoint“ е разработен за комбинирано използване с BaRatinAGE, за да позволи надеждна обработка на данни за водни количества, изчисляване на ключови криви и откриване на структурни промени във времеви хидроложки редове. Двата инструмента са самостоятелни, като „Changepoint“ допълва BaRatinAGE и открива промени или скокове в данните, които влияят върху оценката на ключовите криви. Софтуерът „Changepoint“ е R пакет, реализиран на C и R за ефективно сегментиране на времеви редове (Killick et al., 2014). „Changepoint“ може да се използва на всички системи, които поддържат R (Windows, macOS, Linux). Изходният файл на „Changepoint“ използва R обекти (таблицы с данни, времеви редове) и извежда позициите на точките на промяна и обобщени статистики. „Changepoint“ предлага множество статистически тестове и алгоритми за идентифициране на точки на промяна в средната стойност, дисперсията или и двете. Пакетът използва методи, базирани на правдоподобност, включително алгоритмите PELT (Pruned Exact Linear Time – алгоритъм за локализиране на точки на промяна във времеви редове), двоично сегментиране и АМОС (At Most One Change – метод за откриване на най-много една точка на промяна във времеви редове), за да идентифицира множество или единични точки на промяна в средната стойност и дисперсията. В комбинация двата инструмента позволяват изчисляване на ключови криви при наличие на несигурност и едновременно откриване на внезапни промени в данните. Алгоритмите в „Changepoint“ откриват множество точки на промяна с висока ефективност, което позволява хидролозите да разделят времевите редове на статистически хомогенни сегменти (фигура 7). Това подобрява точността на моделирането на водното количество и подпомага по-добрата оценка на несигурността в BaRatinAGE. BaRatinAGE извежда таблици и графики на ключовите криви, а „Changepoint“ извежда позициите на точките на промяна, диагностични графики и обобщени статистики. И двата инструмента са с отворен код: BaRatinAGE под лиценз Apache 2.0, а „Changepoint“ – под GPL-3. Потребителите могат да ги променят, разширяват или интегрират в индивидуални работни потоци.

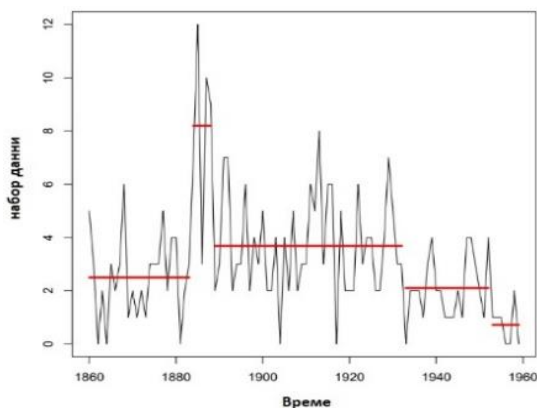


Fig. 7. Identified groups with specific changepoints.

Фиг. 7. Открити групи от данни с установени точки на промяна.

2.7. VPM – Voting Point Method

Софтуерът е разработен от изследователи в Университета на Саскачеван, за да предлага обективен и възпроизводим подход за изчисляване на ключови криви чрез обединяване на множество възможни криви в една съставна оценка, базирана на метод на съгласуваните точки (VPM) (McMillan & Westerberg, 2015). Представява пакет на езика R, който може да се интегрира в по-широки хидроложки работни потоци заедно с други методи за оценка на водното количество. Програмата използва статистически функции за напасване на криви и алгоритмична процедура за съгласуване на оценките, за да избере крайна обединена крива. Методът често включва няколко независими оценки на водното количество за едно и също воден стоеж с цел повишаване на надеждността на съставената крива. VPM работи с всяка операционна система, поддържаща R (Windows, macOS, Linux). Форматът на входния файл е CSV или R таблици с данни. Резултатът е финална ключова крива с диапазони на несигурност и диагностични графики, както и таблични обобщения на параметрите на модела, които могат да се запазят в CSV или да се визуализират в R. Функционалностите включват построяване на криви (фигура 8а), генериране на възможни криви, алгоритъм за обединяване на резултатите чрез метод на съгласуваните точки и графично представяне на финалната ключова крива. На фигура 8а е показан резултат от програмата с реални данни за река Брю (Англия) (McMillan & Westerberg, 2015). В статията си авторите обозначават приетата ключова крива за официална, а получената ключова крива след анализ и прилагане на MCMC (Markov Chain Monte Carlo), като оптимална. Разликата в двете криви е следствие от различните подходи на изчертаване и избора на период на измервания. MCMC е статистически метод, който извършва изчисленията, като базира вероятността на бъдещо събитие само на текущо състояние.

Софтуерни решения и методи за изграждане на ключови криви: сравнителен преглед

Методът обединява множество възможни ключови криви, като изчислява тяхната индивидуална пригодност и използва систематична процедура за определяне на най-вероятната крива. Този подход намалява субективността при избора на крива и изрично отчита несигурността (фигура 8б), като отразява диапазона от правдоподобни криви, описващи данните.

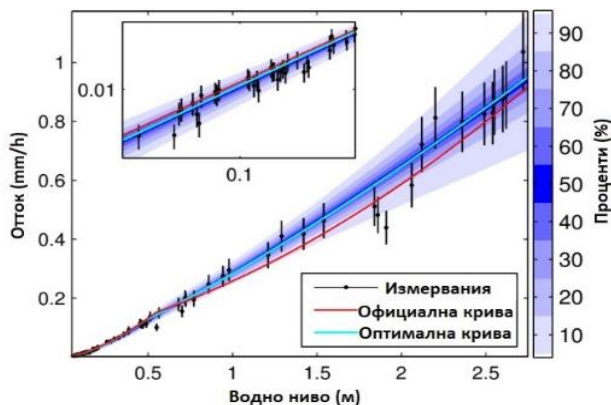


Fig. 8a. Visualization of official and optimal rating curve for Brue river, England.

Фиг. 8а. Графично представяне на официална и оптимална ключова крива за река Брю, Англия.

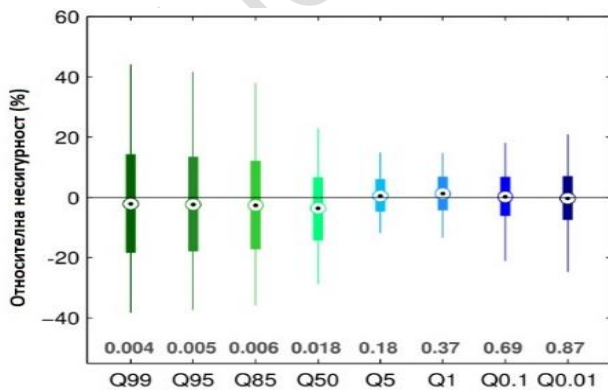


Fig. 8b. Visualization of relative uncertainty

Фиг. 8б. Графично представяне на относителната несигурност

VPM е с отворен код под лиценз на MIT, което позволява на хидролозите да адаптират кода, да тестват алтернативни форми на криви и да допринесат с подобрения чрез GitHub.

3. ДИСКУСИЯ

Към момента в България (НИМХ) се прилага класическият метод за изготвяне на ключова крива на зависимостта между воден стоеж и водно количество, който изисква задълбочен анализ и ръчно изчертаване. В условията на нарастваща честота на екстремни хидроложки събития и необходимост от бързо актуализиране и преизчисляване на преминалите води, внедряването на съвременни аналитични методи би допринесло за по-ефективното и надеждно конструиране на ключови криви. Необходимо е осъвременяване на оперативната дейност за обработка на хидрологична информация в България с използване на възможностите за приложение на разгледаните продукти и методики.

Прилагането на програмни продукти и методи не отменя необходимостта от участието на опитен хидролог. Използването на компютърна обработка и анализ на данни би намалило вероятността от технически грешки, както и би позволило обработката на големи обеми информация. Част от продуктите предлагат работа с данни от различни времеви периоди и при променящи се условия, което позволява по-гъвкаво и бързо генериране на ключови криви.

Описаните софтуери и методи са разработени и тествани за поречия извън територията на България. Част от тях ще бъдат анализирани с данни от избрана хидрометрична станция, за да бъде направен сравнителен анализ на резултатите.

Подготвен е превод на български език на визуалния интерфейс за софтуера BaRatinAGE, който ще бъде актуализиран по време на работата с програмата.

Table 1. Comparison of the described methods and software.

Таблица 1. Сравнение на описаните методи и програми.

Наименование	Вид	Основен метод	Поддръжка на няколко клона на КК	Превод на Български език
HydRA	софтуер	Статистически / Емпиричен	Не	Не
USGS Rating Curve Builder	софтуер	Емпиричен / Графичен	Не	Не
LOWESS fit	метод	Статистически / Непараметричен	Не	Не
bdrc	софтуере н пакет	Байесов / Вероятностен	Не	Не
BaRatinAGE	софтуер	Байесов / Хидравличен	Не	Да
Changepoint (към BaRatinAGE)	софтуере н пакет	Байесов / Статистически	Да	Да
Voting Point Method (VPM)	метод	Много-моделен / Статистически	Не	Не

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Използването на съвременни технологии подпомага оперативната работа, като улеснява обработката на дълги времеви серии и големи обеми входни данни. Това води до по-детайлен анализ и по-прецизни резултати при изготвяне на окончателната ключова крива.

Разгледаните програмни решения покриват основните изисквания за създаване на ключови криви, прилагайки различни методики за подбор на данни и усъвършенстване на резултатите. Необходимите умения за работа с тях варират, като при част от продуктите е нужен програмен опит, докато други могат да бъдат използвани и от специалисти без задълбочени познания в компютърните науки. Отвореният код при някои от тях също позволява адаптация и интеграция в други системи.

Всички разгледани продукти и методи се прилагат на практика, което свидетелства за добра ефективност и надеждност на получените крайни ключови криви за зависимостта воден стоеж – водно количество.

ЛИТЕРАТУРА

- BC Hydrology Program. (n.d.). Hydrometric Rating Application (HydRA) – Computer software. Government of British Columbia. <https://hydra.nrs.gov.bc.ca/rctool/>
- Cleveland, W. S. (1979). Robust locally weighted regression and smoothing scatterplots. *Journal of the American Statistical Association*
- Coxon, G., Freer, J., Westerberg, I. K., Wagener, T., Woods, R., & Smith, P. J. (2015). A novel framework for discharge uncertainty quantification applied to 500 UK gauging stations. *Water Resources Research*
- Hrafnkelsson, B., Sigurdarson, H., Rögnvaldsson, S., Jansson, A. Ö., Vias, R. D., & Gardarsson, S. M. (2021). Generalization of the power-law rating curve using hydrodynamic theory and Bayesian hierarchical modeling. *Environmetrics*
- Kiang, J. E., Gazoorian, C., McMillan, H., Coxon, G., Le Coz, J., Westerberg, I. K., & Mason, R. (2018). A comparison of methods for streamflow uncertainty estimation. *Water Resources Research*
- Westerberg, I. K., & McMillan, H. K. (2015). Uncertainty in hydrological signatures. *Hydrology and Earth System Sciences*
- Killick, R., Fearnhead, P., & Eckley, I. A. (2012). Optimal Detection of Changepoints with a Linear Computational Cost. *Journal of the American Statistical Association*
- Killick, R., Eckley, I., (2014) changepoint: An R Package for changepoint Analysis., *Journal of statistical software*
- Le Coz, J., Renard, B., & Lang, M. (2014). BaRatin: A Bayesian Rating Curve Model for Continuous and Uncertainty-Aware Streamflow Estimation. *Water Resources Research*.
- River Hydraulics Unit. (n.d.). BaRatinAGE Software – Measurement Software for Discharge and Rating Curve Estimation – Computer software. Institut National de Recherche pour l’Agriculture, l’Alimentation et l’Environnement (INRAE)
- USGS. (n.d.). Rating Curve Builder. WaterWatch Toolkit – Computer software. U.S. Geological Survey.